VYVÁŽENÝ BAYESOVSKÝ KLASIFIKÁTOR (BALANCED BAYES CLASSIFIER)

Pavel Trnka

ČVUT v Praze, FS, ústav přístrojové a řídicí techniky. Pavel.Trnka@fs.cvut.cz

Abstrakt: Článek představuje novou modifikaci zpracování statistik v Bayesovském klasifikátoru provozních poruchových stavů. Modifikace umožní pro generování statistik používat taková trénovací data, kdy rozsahy (délky) trénovacích množin pro jednotlivé provozní režimy se výrazně liší. Při použití běžných postupů by vedlo použití takových dat k nevyváženým statistikám, takže Bayesovský klasifikátor by generoval vychýlené odhady rozdělení pravděpodobností jednotlivých provozních režimů.
Klíčová slova:Bayesovský klasifikátor, diagnostika poruch, porucha

Abstract: The article presents a new modification of statistics processing in the Bayesian classifier of operational failure states. Modification allows to use training data sets with considerably different lengths for individual operating modes. Using common procedures to proces such data sets would lead to unbalanced statistics, so Bayesian classifier would generate biased estimates of the probability distribution of individual operating modes.
Keywords:Bayes classifier, fault diagnosis, fault

1. Úvod

V úloze diagnostiky poruch je snahou odhalit co nejrychleji vzniklou odchylku od požadované funkce sledovaného systému (technologického procesu). Nežádoucí způsoby jeho chování (provozní režimy) jsou považovány za poruchy. Použití stochastických modelů v diagnostice poruch poskytuje možnost nejen odhadnout výskyt poruchy, resp. odhadnout provozní režim, ve kterém se technologický proces nachází, ale také kvalitativně posoudit věrohodnost takového odhadu. V oblasti pravděpodobnostních modelů znamenalo výrazný posun zavedení Baesovského přístupu k teorii pravděpodobnoti. Bayesovská statistika poskytuje možnost navrhnout výchozí pravděpodobnostní model založený na určitých apriorních znalostech o modelovaném systému a následně model korigovat podle aposteriorních informací získaných srovnáním chování modelu s modelovaným systémem [1], [2].

2. Bayesovský klasifikátor stavů

Předpokládejme reálný dynamický systém (technologický proces) popsatelný řízeným markovským řetězcem *m*-tého řádu [4], [3] se vstupním vektorem $\mathbf{v}_k$ a výstupním vektorem $\mathbf{y}_k$, které jsou formalizovány podle vztahů

$$\mathbf{v}_k = \left[v_k\left[1\right], v_k\left[2\right], \ldots, v_k\left[\mu\right]\right]^T \in \varphi_v = \varphi_{v[1]} \times \varphi_{v[2]} \times \ldots \times \varphi_{v[\mu]}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \left[y_k\left[1\right], y_k\left[2\right], \ldots, y_k\left[\eta\right]\right]^T \in \varphi_y = \varphi_{y[1]} \times \varphi_{y[2]} \times \ldots \times \varphi_{y[\eta]}, \qquad (2)$$

kde φ_v, φ_y jsou množiny všech možných hodnot vektorů $\mathbf{v}_k$, $\mathbf{y}_k$ a μ, η jsou počty vstupních a výstupních veličin

$$v_k\left[j\right] \in \varphi_{v[j]} = \left\{1, 2, \ldots, N_{v[j]}\right\},\quad N_{v[j]} < \infty,\quad j = 1, 2, \ldots, \mu,\quad k = k_0 + 1, k_0 + 2, \ldots, k_K \qquad (3)$$

$$y_k\left[j\right]\in\varphi_{y[j]}=\left\{1,2,\ldots,N_{y[j]}\right\},\; N_{y[j]}<\infty,\; j=1,2,\ldots,\eta,\; k=k_0+1,k_0+2,\ldots,k_K \tag{4}$$

Stejným způsobem zavedeme doplňující diskrétní veličinu reprezentující režim činnosti technologického procesu, kterou nazveme poruchový stav

$$f_k\in\varphi_f=\left\{0,1,2,\ldots,N_f-1\right\},\; N_f<\infty,\; k=k_0+1,k_0+2,\ldots,k_K \tag{5}$$

kde φ_f je konečná množina všech známých poruchových stavů;

N_f je celkový počet všech známých poruchových stavů a každý poruchový stav je označen indexem z množiny přirozených čísel rozšířené o nulu. Pořadí indexů poruchových stavů není důležité s výjimkou bezporuchového stavu, který bude mít pro větší přehlednost vždycky přiřazen index 0 (nula). Stochastický model založený na řízeném markovském řetězci podle výše uvedených předpokladů nazveme Bayesovským klasifikátorem poruchového stavu. Bayesovský klasifikátor vyjadřuje rozdělení podmíněné pravděpodobnosti jevu, že se proces v diskrétním čase k nachází v poruchovém stavu f_k za předpokladu, že je v tomto okamžiku pozorován regresní vektor $\mathbf{z}_k$

$$p\left(f_k\middle|D^k\right)=p\left(f_k\middle|\mathbf{z}_k\right)\ \text{pro}\ k=k_0+1,k_0+2,\ldots,k_K, \tag{6}$$

kde D^k je celá minulá historie dat naměřených na procesu až do diskrétního času k, viz (4). Vztah (6) ukazuje, že poruchový stav je podmíněně nezávislý na celé minulé historii procesu, jestliže známe regresní vektor definovaný zde jako

$$\mathbf{z}_k=\left\{D_{k-m}^k\right\};\, m\geq 1, \tag{7}$$

kde $m\geq 1$ udává maximální hloubku ukládaných dat v základním regresním vektoru s obecnou strukturou

$$\mathbf{z}_k=\left[y_k\left[1\right]\ldots y_k\left[\eta\right],v_k\left[1\right]\ldots v_k\left[\mu\right],y_{k-1}\left[1\right]\ldots y_{k-1}\left[\eta\right],v_{k-1}\left[1\right]\ldots v_{k-1}\left[\mu\right],\ldots\right]^T. \tag{8}$$

Počet jeho prvků se rovná

$$\rho_z=\left(\eta+\mu\right)\cdot\left(m+1\right) \tag{9}$$

Základní regresní vektor v Bayesovském klasifikátoru stavů tedy zahrnuje vybraný úsek známé naměřené historie technologického procesu podle (7) včetně posledního známého vstupu a také poslední známé odezvy procesu na tento vstup. Regresní vektor naopak neobsahuje minulé hodnoty odhadů poruchového stavu f^{k-1}, neboť tato veličina nepřináší žádnou novou informaci o technologickém procesu k informaci obsažené již v pozorovaných datech D^k. Vytvoříme množinu hypotéz ${}_iH$, $i=1,2,\ldots,r$ o struktuře regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k$ a k nim příslušné odhady parametrů modelu (4.1.6), tedy rozdělení aposteriorních pravděpodobností v maticích ${}_i\mathbf{K}$ a získáme neúplně určený model

$$p\left(f_k\middle|{}_i\mathbf{z}_k,{}_i\mathbf{K},{}_iH\right)\ \text{pro}\ k=k_0+1,k_0+2,\ldots,k_K. \tag{10}$$

Regresní vektor se strukturou podle *i*-té hypotézy bude tvořen výběrem ze základního vektoru podle vztahu

$${}_i\mathbf{z}_k={}_i\mathbf{J}\cdot\mathbf{z}_k, \tag{11}$$

kde ${}_i\mathbf{J}$ je výběrová matice podle i-té hypotézy. Matici ${}_i\mathbf{K}$ v Bayesovském klasifikátoru nazveme maticí klasifikace poruch. Vzhledem k (10) má význam

$${}_i\mathbf{K}=\left[{}_iK_{{}_i\zeta,\psi}=p\left(f_k=\psi\middle|{}_i\mathbf{z}_k={}_i\zeta,{}_i\mathbf{K},{}_iH\right)\right] \tag{12}$$

pro ${}_i\zeta \in \varphi_{iz}$, $\psi \in \varphi_f$, $k = k_0 + 1, k_0 + 2, \ldots, k_K$

kde:

${}_i\zeta$ je index jednoznačně přiřazený konkrétní realizaci regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k$ a určuje, na jakém řádku matice ${}_i\mathbf{K}$ se prvek ${}_iK_{{}_i\zeta,\psi}$ nachází;

ψ je index jednoznačně přiřazený konkrétní hodnotě poruchového stavu f_k a určuje, v jakém sloupci matice ${}_i\mathbf{K}$ se prvek ${}_iK_{{}_i\zeta,\psi}$ nachází;

$\varphi_{iz} = \varphi_{iz[1]} \times \varphi_{iz[2]} \times \ldots \times \varphi_{iz[\rho_{iz}]}$ je konečná množina všech možných realizací (hodnot) regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k$ o délce ρ_{iz} sestaveného podle hypotézy ${}_iH$;

$\rho_{\varphi_{iz}}$ je mohutnost množiny φ_{iz}, tedy celkový počet možných hodnot RV ${}_i\mathbf{z}_k$;

φ_f je konečná množina všech možných hodnot poruchového stavu f_k;

ρ_{φ_f} je mohutnost množiny φ_f, tedy celkový počet všech možných poruch f_k;

Odvození statistik Bayesovského klasifikátoru, tedy aposteriorních hustot $p\left({}_i\mathbf{K}\middle|f^k, D^k, {}_iH\right)$, $p\left(f_k\middle|{}_i\mathbf{z}_k, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)$ vede podle [4], [3] na určení matic absolutních četností ${}_i\mathbf{n}(k),\ i = 1, 2, \ldots, r$ pro jednotlivé hypotézy ${}_iH$ o struktuře RV

$$ {}_i\mathbf{n}(k) = {}_i\mathbf{n}(k_0) + {}_i\mathbf{n}^1(k),\quad i = 1, 2, \ldots, r, \tag{13} $$

kde ${}_i\mathbf{n}(k_0),\ i = 1, 2, \ldots, r$ jsou matice, jejichž prvky ${}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k_0)$ nabývají apriorně zvolených nezáporných hodnot a vyjadřují naši subjektivní míru důvěry, že z naměřených dat $D^k_{k_0+1}$ získáme pomocí hypotézy ${}_iH$ sdruženou dvojici $\left\{{}_i\mathbf{z}_\kappa = {}_i\zeta, f_\kappa = \psi\right\}$ a můžeme je interpretovat jako počet takových událostí ještě před zahájením identifikace, tedy v diskrétních časech $\kappa \le k_0$.

${}_i\mathbf{n}^1(k),\ i = 1, 2, \ldots, r$ jsou matice, jejichž prvky ${}_in^1_{{}_i\zeta,\psi}(k)$ představují objektivně zjištěný počet výskytů sdružených dvojic $\left\{{}_i\mathbf{z}_\kappa = {}_i\zeta, f_\kappa = \psi\right\}$ získaných z naměřených dat $D^k_{k_0+1}$ pomocí hypotézy ${}_iH$ pro diskrétní časy $k_0 < \kappa \le k$ a spočítáme je pomocí jednorázového vztahu

$$ {}_in^1_{{}_i\zeta,\psi}(k) = \sum_{\kappa=k_0+1}^{k} \delta\left({}_i\zeta, {}_i\mathbf{z}_\kappa\right) \cdot \delta\left(\psi, f_\kappa\right) \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f \text{ a } {}_i\zeta \in \varphi_{iz}, \tag{14} $$

nebo rekurzivního vztahu

$$ {}_in^1_{{}_i\zeta,\psi}(k) = {}_in^1_{{}_i\zeta,\psi}(k-1) + \delta\left({}_i\zeta, {}_i\mathbf{z}_k\right) \cdot \delta\left(\psi, f_k\right) \tag{15} $$

pro $i = 1, 2, \ldots, r$, $k = k_0 + 1, k_0 + 2, \ldots, k_K$, $\psi \in \varphi_f$ a ${}_i\zeta \in \varphi_{iz}$

kde $\delta(\psi, f_k)$ je Kroneckerův delta operátor definovaný obecným vztahem $\delta(\alpha, \beta) = 1$ pro $\alpha = \beta$, jinak $\delta(\alpha, \beta) = 0$.

Statistiky výše popsaného Bayesovského klasifikátoru jsou sice konečných rozměrů, ale přesto velice rozsáhlé. Pro zjednodušení výpočtů využijeme skutečnosti, že statistiky v matici ${}_i\mathbf{K}$ je možné počítat nezávisle po řádcích [4] a využitím úvahy, že aposteriorní pravděpodobnosti ${}_iK_{{}_i\zeta,\psi} = p\left(f_k = \psi\middle|{}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)$ jsou nenulové pouze v případě, že se ve fázi učení objevila v trénovacích datech alespoň jednou příslušná dvojice konkrétních hodnot

$\{f_k = \psi, {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta\}$. Algoritmus pak reálně pracuje pouze s redukovanými maticemi ${}_i\mathbf{K}^*$, ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ vzniklými z matic ${}_i\mathbf{K}$, ${}_i\mathbf{n}(k)$ vynecháním všech prázdných řádků a sloupců. Matice ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ (a tím i ${}_i\mathbf{K}^*$) jsou stále ještě poměrně rozsáhlé, ale „řídké" – obsahují mnoho prázdných (nulových) prvků. K další redukci rozměrnosti a zefektivnění algoritmu můžeme použít například metody aproximace predikce založené na markovských řetězcích (AMCP) [3], která zároveň řeší situace, kdy v průběhu diagnostiky není aktuální RV nalezen v naučené statistice.
Diagnostika poruch Bayesovským klasifikátorem probíhá ve dvou fázích.
Fáze identifikace parametrů stochastického modelu probíhá podle algoritmu učení s učitelem na základě předběžně či průběžně získaných známých trénovacích dvojic $\{f_{k_0+1}^{k_k}, D_{k_0+1}^{k_k}\}$. Pro trénovací množinu dat tedy předpokládáme znalost poruchového stavu (režimu), ve kterém se systém nacházel v diskrétních okamžicích $k = k_0+1, k_0+2, \ldots, k_k$. Redukovaná matice četností ${}_i\mathbf{n}^{1*}(k)$,viz (13), začíná jako prázdná matice (s 0 řádky a 0 sloupci). K ní přiřadíme redukovaný vektor všech známých indexů regresních vektorů (zpočátku také prázdný)

$$ {}_i\mathbf{r}_k^* = \left[{}_i\zeta\right]^T \quad \text{pro} \quad {}_i\zeta \in \varphi_{{}_iz}{}^k , \tag{16} $$

kde $\varphi_{{}_iz}{}^k \subseteq \varphi_{{}_iz}$ je množina indexů všech realizací regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k$, které byly pozorovány na trénovacích datech. Celočíselné indexy ${}_i\zeta$ nejsou regresním vektorům přiřazeny náhodně, ale fungují jako kód, ze kterého je možné hodnotu regresního vektoru jednoznačně rekonstruovat. Možné způsoby kódování stavů viz např. [5] nebo [3]. Každému řádku matice ${}_i\mathbf{n}^{1*}(k)$ přísluší jeden řádek vektoru indexů ${}_i\mathbf{r}_k^*$. Algoritmus identifikace probíhá v krocích, během kterých procházíme diskrétní časy $k = k_0+1, k_0+2, \ldots, k_k$ a postupně získáváme dvojice $\{f_k, {}_iz_k\}$. V každém kroku inkrementujeme prvek matice četností ${}_i\mathbf{n}^{1*}(k)$

$$ {}_in^1_{{}_ir_{{}_i\zeta_k}, f_k}(k) = {}_in^1_{{}_ir_{{}_i\zeta_k}, f_k}(k-1) + 1 \tag{17} $$

na souřadnicích daných hodnotami $\{f_k, {}_ir_{\zeta_k}\}$, kde ${}_ir_{{}_i\zeta_k}$ je číslo řádku ve vektoru ${}_i\mathbf{r}_k^*$, na kterém se nachází index regresního vektoru ${}_i\zeta_k$ a kde f_k je číslo poruchového stavu. Když je to nutné, přidáváme sloupce do matice četností ${}_i\mathbf{n}^{1*}(k)$ pro nové poruchy a řádky do matice ${}_i\mathbf{n}^{1*}(k)$ a vektoru indexů ${}_i\mathbf{r}_k^*$ pro nově objevené hodnoty regresních vektorů. Uvedený postup opakujeme, dokud nedojdou trénovací data. Máme-li k dispozici ještě apriorní rozložení četností reprezentované maticí ${}_i\mathbf{n}(k_0)$, zahrneme je předem do redukované matice absolutních četností obdobným způsobem, kdy opět použijeme pouze řádky a sloupce, které obsahují nenulové hodnoty. Výstupem fáze identifikace je redukovaná matice četností ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ s N_r řádky a N_f sloupci a k ní příslušný redukovaný vektor indexů ${}_i\mathbf{r}_k^*$.

Ve **fázi diagnostiky** získáváme průběžně z nově naměřených dat hodnoty regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta$ v diskrétních časech $k \geq k_k + 1$, přičemž ${}_i\mathbf{r}_k^*$ ani ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ se již nemění. Model (10) generuje v každém diskrétním okamžiku k okamžitý odhad rozdělení aposteriorních pravděpodobností jednotlivých známých poruchových stavů ${}_i\hat{\mathbf{K}}^*_{{}_i\zeta}$, které přísluší aktuální hodnotě regresního vektoru ${}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta$ podle vztahu

$$ {}_i\hat{K}_{{}_i\zeta,\psi} = \hat{p}\left(f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = \frac{{}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k)}{\sum_{\psi_p=0}^{N_f} {}_in_{{}_i\zeta,\psi_p}(k)} \quad \text{pro} \quad \psi = 0,1,\ldots,N_f-1 \tag{18} $$

3. Dynamika přechodů mezi stavy soustavy

Bayesovský klasifikátor stavů (10), (12) předpokládá, že se chování sledovaného systému mění velmi zvolna, takže suficientní statistika obsažená v matici četnosti ${}_i\mathbf{n}(k)$ zahrnuje dostatečně obsáhlou informaci pro každý provozní režim a že případné přechodové děje jsou dostatečně významně zastoupeny v trénovací množině provozních dat. Posloupnost hodnot regresního vektoru použitá jako zdroj pro generování statistik, na jejichž základě následně probíhá rozpoznávání určitého provozního režimu (poruchy), v největší míře obsahuje ustálené údaje bezporuchového stavu. Stejná statistika však zahrnuje zároveň relativně krátké přechodové děje, ke kterým dochází při změnách z jednoho provozního režimu na jiný. Statistiky jsou tedy z hlediska dynamiky poměrně silně nevyvážené. Tvar a dynamika přechodových dějů jsou přitom pro správnou diagnostiku velmi důležité. Proto je nutné zajistit, aby se v rozhodovacím procesu dostatečně výrazně projevily.

3.1 Interpretace matice absolutních četností

Způsob, jakým generujeme statistiky v matici četností ${}_i\mathbf{n}(k)$ (resp. v redukované matici ${}_i\mathbf{n}^*(k)$) vede při bližším prozkoumání k důležitým poznatkům, které přímo vyplývají z vlastností statistik popsaných v předchozích kapitolách, přesto však nemusí být zcela zjevné.

Každý prvek (redukované) matice absolutních četností ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ představuje počet výskytů dvojic $\{{}_iz_k = {}_i\zeta, f'_k = \psi\}$ v trénovací množině a můžeme snadno odvodit odhad rozdělení aposteriorní pravděpodobnosti

$$\hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = \frac{{}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k)}{\sum_{\psi_p \in \varphi_f^*} \sum_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_in_{{}_i\zeta_p,\psi_p}(k)} \quad \text{pro } {}_i\zeta \in {}_i\mathbf{r}_k^*,\ \psi \in \varphi_f^* \tag{20}$$

Tento odhad nemusí být pro diagnostiku poruch zcela vhodný, neboť nepotlačuje výběrovou chybu trénovacích dat. Z postupu učení je zřejmé, že při objevení nové poruchy přidáváme do matice četností nový sloupec, do kterého naplníme četnosti výskytu jednotlivých regresních vektorů z příslušné nově získané trénovací množiny. Učení tedy probíhá po sloupcích a každý sloupec reprezentuje rozdělení aposteriorní pravděpodobnosti

$$\hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = l_\psi(k)^{-1} \cdot {}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k) \quad \text{pro } {}_i\zeta \in {}_i\mathbf{r}_k^*, \tag{21}$$

kde normovací konstanta $l_\psi(k)$ se vzhledem k vlastnostem pravděpodobnosti určí jako součet celého sloupce

$$l_\psi(k) = \sum_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_in_{{}_i\zeta_p,\psi}(k) \,. \tag{22}$$

Potom odhad rozdělení (21) nabude tvaru

$$\hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = \frac{{}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k)}{l_\psi(k)} = \frac{{}_in_{{}_i\zeta,\psi}(k)}{\sum_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_in_{{}_i\zeta_p,\psi}(k)} \quad \text{pro } {}_i\zeta \in {}_i\mathbf{r}_k^*. \tag{23}$$

Normovací konstanty l_ψ příslušné jednotlivým sloupcům matice četností ${}_i\mathbf{n}^*(k)$ zřejmě odrážejí rozdělení pravděpodobnosti výskytu jednotlivých poruchových stavů

$$\hat{p}\left(f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) \propto l_\psi(k) \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f^*, \tag{24}$$

pro které je normovací konstantou součet všech prvků matice ${}_i\mathbf{n}^*(k)$

$$\hat{p}\left(f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = \frac{l_\psi(k)}{\sum_{\psi_p \in \varphi_f^*} l_\psi(k)} = \frac{\sum_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_in_{{}_i\zeta_p,\psi}(k)}{\sum_{\psi_p \in \varphi_f^*} \sum_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_in_{{}_i\zeta_p,\psi_p}(k)} \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f^* \tag{25}$$

Spojením (21), (24) dostaneme

$$ {}_i n_{{}_i\zeta,\psi}(k) \propto \hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)\cdot \hat{p}\left(f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) \quad \text{pro } {}_i\zeta \in {}_i\mathbf{r}_k^*, \tag{26} $$

odkud jasně vyplývá, že do statistik vnášíme apriorní rozdělení pravděpodobnosti $\hat{p}\left(f_k = \psi \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)$ jako důsledek velikostí trénovacích množin.
Vliv relativních délek trénovacích množin na statistiky modelu je nežádoucí, protože nepřináší žádnou užitečnou informaci. Je jasné, že v praxi bude vždy k dispozici nejvíce dat z bezporuchového stavu, zatímco data z poruch budou podstatně omezenější v závislosti na době, po kterou ponecháme technologický proces v daném poruchovém stavu. Přirozeně při běžném provozu je snahou poruchu odstranit ihned, jakmile je odhalena. I v případě, že připravujeme trénovací data a poruchu vyvoláme v modelových podmínkách uměle, nemusí být možné či přípustné setrvat v daném režimu příliš dlouho. Přitom je jasné, že si nepřejeme omezovat činnost diagnostického systému umělým potlačováním pravděpodobnosti vzniku poruchy kvůli nedostatku dat na straně jedné a zbytečným ořezáváním bohatých trénovacích dat pro bezporuchový stav na straně druhé. Proto je vhodné vliv rozdělení (24) v procesu detekce poruch potlačit.

Podle známé Bayesovy formule můžeme vztah mezi podmíněnými pravděpodobnostmi $p\left({}_i\mathbf{z}_k \middle| f_k\, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)$ a $p\left(f_k \middle| {}_i\mathbf{z}_k, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)$ vyjádřit jako

$$ p\left(f_k \middle| {}_i\mathbf{z}_k, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) = \frac{p\left({}_i\mathbf{z}_k \middle| f_k\, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)\cdot p\left(f_k \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\sum\limits_{\varphi_f^*} p\left({}_i\mathbf{z}_k \middle| f_k\, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)\cdot p\left(f_k \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)} \propto p\left({}_i\mathbf{z}_k \middle| f_k\, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)\cdot p\left(f_k \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right) \tag{27} $$

To znamená, že nejen (20), ale také odhad (18) bude objektivní pouze v případě, že potlačíme vliv délek množin trénovacích dat jednotlivých provozních režimů (poruchových stavů) procesu. Odhadu nezávislého na délkách trénovacích množin dosáhneme nahrazením odhadů rozdělení aposteriorních pravděpodobností (18) vztahem

$$ {}_i\hat{K}_{{}_i\zeta,\psi} = \frac{\hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\sum\limits_{\psi_p \in \varphi_f^*} \hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi_p, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)} = \frac{\dfrac{{}_i n_{{}_i\zeta,\psi}(k)}{\sum\limits_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_i n_{{}_i\zeta_p,\psi}(k)}}{\sum\limits_{\psi_p \in \varphi_f^*} \dfrac{{}_i n_{{}_i\zeta,\psi_p}(k)}{\sum\limits_{{}_i\zeta_p \in {}_i\mathbf{r}_k^*} {}_i n_{{}_i\zeta_p,\psi_p}(k)}} \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f^*. \tag{28} $$

kde podle Bayesovského přístupu

$$ \frac{\hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\sum\limits_{\psi_p \in \varphi_f^*} \hat{p}\left({}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| f_k = \psi_p, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)} = \frac{\dfrac{\hat{p}\left(f_k = \psi_p, {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}}{\sum\limits_{\psi_p \in \varphi_f^*} \dfrac{\hat{p}\left(f_k = \psi_p, {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}}. \tag{29} $$

Tento výraz můžeme upravit na tvar

$$ {}_i\hat{K}_{{}_i\zeta,\psi} = \frac{\dfrac{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}}{\sum\limits_{\psi_p \in \varphi_f^*} \dfrac{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}} \propto \frac{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{z}_k = {}_i\zeta, {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)}{\hat{p}\left(f_k = \psi_p \middle| {}_i\mathbf{K}, {}_iH\right)} \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f^*. \tag{30} $$

Když srovnáme vztah (30) se vztahem (27), je zřejmé, že úpravou podle (28) jsme dosáhli vyváženého odhadu rozdělení aposteriorních pravděpodobností známých poruchových stavů. Pokud bychom potřebovali předepsat jiné než rovnoměrné rozdělení poruchových stavů, můžeme upravit vyvážený vztah (28) nezávislý na délkách trénovacích množin do podoby

$$ {}_{i}\hat{K}_{{}_{i}\zeta,\psi} = p\left(f_k = \psi \middle| {}_{i}\mathbf{K}, {}_{i}H\right) \cdot \frac{\dfrac{{}_{i}n_{{}_{i}\zeta,\psi}(k)}{\sum_{{}_{i}\zeta_p \in {}_{i}\mathbf{r}_k^*} {}_{i}n_{{}_{i}\zeta_p,\psi}(k)}}{\sum_{\psi_p \in \varphi_f^*} \dfrac{{}_{i}n_{{}_{i}\zeta,\psi_p}(k)}{\sum_{{}_{i}\zeta_p \in {}_{i}\mathbf{r}_k^*} {}_{i}n_{{}_{i}\zeta_p,\psi_p}(k)}} \quad \text{pro } \psi \in \varphi_f^*, \tag{31} $$

kde $p\left(f_k \middle| {}_{i}\mathbf{K}, {}_{i}H\right)$ je námi zvolené apriorní rozdělení pravděpodobností výskytu poruchových stavů. Klasifikační matice s prvky počítanými podle (31) představuje sufficientní statistiku Bayesovského klasifikátoru poruch, která je nezávislá na délce trénovacích množin, zachovává významy pravděpodobností podle (18) a přitom nám poskytuje volnost ve volbě apriorního rozdělení pravděpodobností jednotlivých provozních režimů (poruchových stavů).

4. Závěr

Modifikace výpočtu odhadu aposteriorních pravděpodobností podle (31) zajišťuje nezávislost statistik na vzájemných délkách trénovacích množin pro jednotlivé provozní režimy sledovaného systému. Poskytuje projektantovi stochastického modelu svobodu nejen při přípravě trénovacích dat, ale také při návrhu vzájemných vztahů mezi provozními režimy, například při potlačování či zdůrazňování určité poruchy. Význam uvedené modifikace není omezen pouze na diagnostiku poruch, ale je obecně aplikovatelný pro Bayesovský klasifikátor v libovolné oblasti použití.

Poděkování

Práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS16/210/OHK2/3T/12.

Literatura

[1] KÁRNÝ, M. (Ed.): Optimized Bayesian Dynamic Advising. Theory and Algorithms. Springer-Verlag, London, 2006, 529 s., ISBN: 978-1-85233-928-9

[2] PETERKA, V.: Bayesian approach to system identification, Trends and Progress in System Identification, Eykhoff P. (Ed.). Pergamon Press, Oxford, 1981, pp. 239-304.

[3] GARAJAYEWA, G.: Bayesian approach to real-time fault detection and isolation with supervised training. Praha, 2005, ČVUT v Praze, vedoucí disertační práce Prof. Ing. Milan Hofreiter, CSc.

[4] HOFREITER, M.: Bayesovská identifikace technologických procesů. Habilitační práce. ČVUT v Praze, Praha, 1998.

[5] TRNKA, P. Diagnostika poruch neurčitých systémů. Diplomová práce. Praha, 2002, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní. Vedoucí práce M. Hofreiter.

Selected article from

Tento dokument byl publikován ve sborníku

Nové metody a postupy v oblasti přístrojové techniky, automatického řízení a informatiky 2018

New Methods and Practices in the Instrumentation, Automatic Control and Informatics 2018

28. 5. – 30. 5. 2018, Příbram - Podlesí

ISBN 978-80-01-06477-1

Web page of the original document:

http://control.fs.cvut.cz/nmp

http://iat.fs.cvut.cz/nmp/2018.pdf

Obsah čísla/individual articles:

http://iat.fs.cvut.cz/nmp/2018/